Лабораторная работа 3
Циклы

Общее задание

Задание 1

Вычислить значения функции F на интервале от начального значения x= $X_{нач}$ до конечного значения x=$X_{кон}$ с шагом dX. $X_{нач}$, $X_{кон}$, dX, a, b и c задаются пользователем и являются действительными числами.

Задание 2

Вычислить для заданного *n* указанное выражение.

Задание 3

Составить программу решения задачи.

Задание 4

Составить алгоритм и программу решения задачи.

Задание 5

Составить алгоритм и программу решения задачи.

Варианты заданий

Вариант 1.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } x<5 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\dfrac{1}{\sin 1}+\dfrac{1}{\sin 1+\sin 2}+L+\dfrac{1}{\sin 1+\sin 2+L\sin n}$

3. Вывести на печать номер и значение первого отрицательного члена последовательности $a_n=\sin(\operatorname{tg} n)$

4. Разложить число на простые множители.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\sin x=x-\frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{120}-\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\ldots$$

Значение 0<*x*<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 2.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-2b & \text{при } x<1 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>3 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-3x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}}}$, всего *n* корней

3. Найти наименьшее число *n*, для которого выполняется условие $\dfrac{2^n}{n!}<e$, где e – заданное положительное число, меньшее 1.

4. Дано натуральное число *n*. Получить все пифагоровы тройки натуральных чисел, каждое из которых не превосходит *n*, т.е. все такие тройки чисел *a,b,c*, такие, что $a^2+b^2=c^2$

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}+\cdots+(-1)^n\frac{x^{2n}}{2n!}+\cdots$$

Значение 0<*x*<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 3.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c>3,\\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } c=0,\\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

2. $\dfrac{\cos 1}{\sin 1}+\dfrac{\cos 2}{\sin 1+\sin 2}+\cdots+\dfrac{\cos n}{\sin 1+\sin 2+\cdots+\sin n}$

3. Дано целое число $m>1$. Получить наибольшее целое n, при котором выполняется условие $4^n<m$

4. Дано натуральное число n. Выяснить, можно ли представить $n!$ в виде произведения трех последовательных чисел.

5. Вычислить с точностью до заданного $0<\varepsilon<1$:

$$\cos x=\left(1-\frac{4x^2}{\pi^2}\right)+\left(1-\frac{4x^2}{9\pi^2}\right)+\cdots+\left(1-\frac{4x^2}{(2n-1)^2\pi^2}\right)+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 4.

1.

$$F=\begin{cases} b & \text{при } x<5\ ,\\ \dfrac{x-b}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } b>=0,\\ 0 & \text{в остальных случаях}\end{cases}$$

2. $\sqrt{3}+\sqrt{6}+\cdots+\sqrt{3n}$

3. Найти наибольшую степень двойки, на которую делится заданное число.

4. Дано натуральное число n. Среди чисел меньших его найти все такие, запись которых совпадает с последними цифрами записи квадрата (например, 6 – 36, 25 – 625).

5. Вычислить с точностью до заданного $0<\varepsilon<1$:

$$\ln x=(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\cdots+(-1)^{n+1}\frac{(x-1)^n}{n}+\cdots$$

Значение $0<x<2$ задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 5.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } x<12 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях, где a, b и c - действительные числа.} \end{cases}$$

2. $(\cdots(x+a)^2+a)^2+\cdots+a)^2$, всего *n* скобок

3. Найти наименьшее *n,* при котором n^2+5n-7 делится на 3.

4. Найти все пары дружественных чисел, меньшие заданного *n*. Дружественными называются числа равные сумме делителей другого и наоборот.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\ln x=2\left[\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\cdots+\frac{1}{2n-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2n-1}+\cdots\right],\quad x>0$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 6.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } a<2 \text{ ,} \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } a>5 \text{ и } c=0 \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях, где a, b и c - действительные числа.} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{a(a+1)}+\cdots+\frac{1}{a(a+1)K(a+n)}$

3. Дано натуральное число *n*. Получить сумму тех чисел вида $i-in^2+n$ (*i*=1,2,3,...,*n*), которые являются утроенными нечетными.

4. Дано натуральное *n*. Найти число меньшее *n* с максимальной суммой делителей.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\exp(x)=1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{24}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots$$

Значение 0<*x*<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 7.

1.

$$F = \begin{cases} -ax^2 - b & \text{при } x<5 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\left(1+\dfrac{1}{1^2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)\cdots\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)$

3. Дано натуральное число *n*. Вычислить сумму *n* первых членов ряда

$$(-1)^{i+1}\frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2i-1)}{(2i)!}$$

4. Найти сумму простых делителей заданного числа.

5. Вычислить $\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^k}{(2+k)!}$ с точностью до заданного $0<\varepsilon<1$. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 8.

1.

$$F = \begin{cases} -ax^2 - 2b & \text{при } x<1 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>3 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-3x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\dfrac{(x-2)(x-4)\ldots(x-2n)}{(x-3)(x-6)\ldots(x-3n)}$

3. Найти наименьшее *n* при котором $1/(n^2+2)$ будет меньше заданного e<1.

4. Натуральное число из *n* цифр называется числом Армстронга, если сумма его цифр, возведенных в *n*-ную степень, равна самому числу.(например, 153 = $1^3+5^3+3^3$). Получить все числа Армстронга, состоящие из 2, 3 и 4 цифр.

5. Найти наименьшее число *n*, для которого выполняется условие $3^n/n! < \varepsilon$, где ε - заданное положительное число, меньшее 1.

Вариант 9.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c>3, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях, где a, b и c - действительные числа.} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^4}+\ldots+\frac{1}{a^{2^n}}$

3. Вычислить с точностью до заданного e>0

$$\ln x=(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{(x-1)^n}{n}+\ldots \quad .$$

Значение 0<x<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше e.

4. Простое натуральное число называется числом Мерсена, если оно может быть представлено в виде 2^p-1 , где *p* – тоже простое число. Найти все меньшие заданного *n* числа Мерсена.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\operatorname{arctg} x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}+\ldots$$

Значение 0<*x*<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 10

1.

$$F=\begin{cases} b & \text{при } x<5 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-в}{x} & \text{при } x>5 \text{ и } c=0, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\sin x+\sin x^2+\ldots+\sin x^n$

3. Дано натуральное число *n.* Вычислить $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k(2k^2+1)!$

4. Найти все простые несократимые дроби, заключенные между 0 и 1, знаменатели которых не превышают 7. (Дробь задается двумя натуральными числами – числителем и знаменателем).

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$a^x=1+\frac{x\ln a}{1!}+\frac{(x\ln a)^2}{2!}+\cdots+\frac{(x\ln a)^n}{n!}+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 11.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } x<12 \text{ и } c\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях, где a, b и c - действительные числа.} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{\sin 1}+\frac{1}{\sin 1+\sin 2}+\ldots+\frac{1}{\sin 1+\sin 2+\ldots\sin n}$

3. Вывести на печать номер и значение первого отрицательного члена последовательности $a_n=\sin(\operatorname{tg} n)$

4. Разложить число на простые множители.

5. Найти наименьшее число *n*, для которого выполняется условие $2^n/(n+1)! < \varepsilon$, где ε - заданное положительное число, меньшее 1.

Вариант 12.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-\sqrt{b} & \text{при } a<2 \text{ ,} \\ \dfrac{x-a}{cx} & \text{при } a>5 \text{ и } c=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях, где a, b и c - действительные числа.} \end{cases}$$

2. $\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$, всего *n* корней

3. Найти наименьшее число *n*, для которого выполняется условие $2^n/n!<e$, где e – заданное положительное число, меньшее 1.

4. Дано натуральное число *n*. Получить все пифагоровы тройки натуральных чисел, каждое из которых не превосходит *n*, т.е. все такие тройки чисел *a,b,c*, такие, что $a^2+b^2=c^2$

5. Вычислить с точностью до заданного $0<\varepsilon<1$:

$$\frac{e^x+e^{-x}}{2}=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 13.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-\sqrt{b} & \text{при } c<0 \text{ и } a\neq 0, \\ \dfrac{x-a}{cx} & \text{при } c>0 \text{ и } a=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\dfrac{\cos 1}{\sin 1}+\dfrac{\cos 2}{\sin 1+\sin 2}+\ldots+\dfrac{\cos n}{\sin 1+\sin 2+\ldots+\sin n}$

3. Дано целое число m>1. Получить наибольшее целое n, при котором выполняется условие $4^n<m$

4. Дано натуральное число n. Выяснить, можно ли представить n! в виде произведения трех последовательных чисел.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$x\exp(x)=x+x^2+\frac{x^3}{2}+\frac{x^4}{6}+\frac{x^5}{24}+\ldots+\frac{x^n}{(n-1)!}+\ldots$$

Значение 0<x<2 задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 14.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c<0 \text{ и } a>0, \\ 2x-\dfrac{a}{cx} & \text{при } c>0 \text{ и } a=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\sqrt{3}+\sqrt{6}+\ldots+\sqrt{3n}$

3. Найти наибольшую степень двойки, на которую делится заданное число.

4. Дано натуральное число n. Среди чисел меньших его найти все такие, запись которых совпадает с последними цифрами записи квадрата (например, 6 – 36, 25 – 625).

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$(1+2x^2)\,e^{x^2}=1+3x^2+\cdots+\frac{2n+1}{n!}x^{2n}+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 15.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c<0 \text{ и } a\neq 0,\\ \dfrac{2x-a}{cx} & \text{при } c>0 \text{ и } a=0,\\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

2. $(\ldots(x+a)^2+a)^2+\ldots+a)^2$, всего *n* скобок

3. Найти наименьшее *n,* при котором n^2+5n-7 делится на 3.

4. Найти все пары дружественных чисел, меньшие заданного *n*. Дружественными называются числа равные сумме делителей другого и наоборот.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\frac{e^x-e^{-x}}{2}=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 16.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c<0 \text{ и } a>0,\\ \dfrac{2x-a}{cx} & \text{при } c>0 \text{ и } a=0,\\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{a(a+1)}+\ldots+\frac{1}{a(a+1)\ldots(a+n)}$

3. Дано натуральное число *n*. Получить сумму тех чисел вида $i-in^2+n$ (*i*=1,2,3,...,*n*), которые являются утроенными нечетными.

4. Дано натуральное *n*. Найти число меньшее *n* с максимальной суммой делителей.

5. Сколько сомножителей надо взять в произведении: $\prod_{k=1}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^k}{2k+1}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, чтобы равенство выполнялось с точностью не менее ε?

Вариант 17.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при a<2 ,} \\ \dfrac{x-a}{x} & \text{при a>5 и c=0,} \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\left(1+\frac{1}{1^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$

3. Дано натуральное число *n*. Вычислить сумму *n* первых членов ряда
$(-1)^{i+1}\frac{1*3*\ldots*(2i-1)}{(2i)!}$

4. Найти сумму простых делителей заданного числа.

5. Вычислить с точностью до заданного 0<ε<1:

$$\sin x=x\left(1-\frac{x^2}{\pi^2}\right)+\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)+\cdots+\left(1-\frac{x^2}{(n-1)^2\pi^2}\right)+\cdots$$

Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше ε.

Вариант 18.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при c<0 и b>0,} \\ \dfrac{2x-a}{cx} & \text{при c>0 и a=0,} \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\frac{(x-2)(x-4)\ldots(x-2n)}{(x-3)(x-6)\ldots(x-3n)}$

3. Найти наименьшее *n* при котором $1/(n^2+2)$ будет меньше заданного e<1.

4. Натуральное число из *n* цифр называется числом Армстронга, если сумма его цифр, возведенных в *n*-ную степень, равна самому числу.(например, 153 = $1^3+5^3+3^3$). Получить все числа Армстронга, состоящие из 2, 3 и 4 цифр.

5. Известно равенство: $\prod_{k=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=\frac{1}{2}$. Сколько сомножителей надо взять в произведении, чтобы равенство выполнялось с точностью не менее ε?

Вариант 19.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c<0 \text{ и } a>0, \\ \dfrac{2x-a}{cx} & \text{при } b>=0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^4}+\cdots+\frac{1}{a^{2^n}}$

3. Вычислить с точностью до заданного e>0

$$\ln x=(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\cdots+(-1)^{n+1}\frac{(x-1)^n}{n}+\cdots.$$

Значение $0<x<2$ задать с клавиатуры. Считать, что нужная точность достигнута, если очередное слагаемое по модулю меньше e.

4. Простое натуральное число называется числом Мерсена, если оно может быть представлено в виде 2^p-1, где *p* – тоже простое число. Найти все меньшие заданного *n* числа Мерсена.

5. Сравнить скорость сходимости (число слагаемых для достижения заданной точности ε) следующих разложений числа π:

$$\pi=4\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\dots\right);$$

$$\pi=3+4\left(\frac{1}{2\cdot3\cdot4}-\frac{1}{4\cdot5\cdot6}+\frac{1}{6\cdot7\cdot8}-\dots\right);$$

$$\pi=\sqrt{6\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\dots\right)}.$$

Вариант 20.

1.

$$F=\begin{cases} -ax^2-b & \text{при } c<0 \text{ и } a<0, \\ \dfrac{2x-a}{cx} & \text{при } b\le 0 \text{ и } a\ge 0, \\ \dfrac{-x}{b} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

2. $\sin x+\sin x^2+\ldots+\sin x^n$

3. Дано натуральное число *n.* Вычислить $\sum_{k=1}^{n}(-1)^k(2k^2+1)!$

4. Найти все простые несократимые дроби, заключенные между 0 и 1, знаменатели которых не превышают 7. (Дробь задается двумя натуральными числами – числителем и знаменателем).

5. Численно проверить второй замечательный предел: $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$. При каком *n* исследуемое выражение отличается от *e* менее чем на заданную погрешность ε?